

全心全意 品质为真
· QUANXINQUANYI PINZHIWEIZHEN ·

全品 QUANPIN MONI CHONGCIJUAN

B 模拟冲刺卷 信息卷

主编 肖德好

CONTENTS

冲刺信息卷（一）	01
冲刺信息卷（二）	05
冲刺信息卷（三）	09
冲刺信息卷（四）	13
冲刺信息卷（五）	17
参考答案	21



冲刺信息卷（一）

（时间：120 分钟 分值：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 4, 8\}$, $B = \{x \mid 2^x \in A\}$, 则 $\complement_A(A \cap B) =$ ()
- A. $\{0, 8\}$ B. $\{-1, 0, 8\}$
C. $\{-1, 4, 8\}$ D. $\{-1, 0, 4, 8\}$
2. 若复数 z 满足 $\frac{1+i}{z} = 3-4i$, 则 $|z| =$ ()
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
3. 已知向量 $a = (3, 4)$, $b = (2, -1)$, 则向量 b 在向量 a 上的投影向量为 ()
- A. $(\frac{6}{25}, \frac{8}{25})$ B. $(6, 8)$
C. $(\frac{6}{5}, \frac{8}{5})$ D. $(4, 2)$
4. 已知函数 $f(x) = -2 \times (\frac{1}{2})^{|x|} + a$, 当 $x \rightarrow +\infty$ (或 $x \rightarrow -\infty$) 时, 其图象无限接近直线 $y=1$ 但又不与该直线相交, 则 $f(x) < \frac{1}{2}$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-2, 2)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1, 1)$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n + a_{n+1} = 2n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 24 项和 S_{24} 的值为 ()
- A. 144 B. 312
C. 288 D. 156
6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若 C 上存在一点 P , 使得 $|PF_1| = \frac{3}{2}|PF_2|$, 则椭圆 C 的离心率的取值范围是 ()
- A. $(0, \frac{1}{5}]$ B. $(0, \frac{1}{2}]$
C. $[\frac{1}{2}, 1)$ D. $[\frac{1}{5}, 1)$
7. 已知函数 $f(x) = \cos 3x - \cos 2x$, $x \in (0, \pi)$, 且 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则 ()
- A. $\frac{\pi}{5} \in \{x_1, x_2\}$ B. $x_2 = 3x_1$
C. $\cos x_1 + \cos x_2 = \frac{1}{2}$ D. $\cos x_1 \cos x_2 = -\frac{1}{4}$
8. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=\sqrt{3}$, M 为边 DC 上一点且 $DM=1$, AM 与 BD 交于点 Q , 将 $\triangle ADM$ 沿着 AM 折起, 使得点 D 折到点 P 的位置, 则 $\sin \angle PBQ$ 的最大值是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 某厂近几年陆续购买了几台 A 型机床，该型机床已投入生产的时间 x (单位：年) 与当年所需要支出的维修费用 y (单位：万元) 之间有如下统计数据：

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7

根据表中的数据可得到经验回归方程为 $\hat{y} = 1.23x + \hat{a}$, 则 ()

- A. $\hat{a} = 0.08$
B. y 与 x 的样本相关系数 $r > 0$
C. 表中维修费用的第 60 百分位数为 6
D. 该型机床已投入生产的时间为 10 年时, 当年所需要支出的维修费用一定是 12.38 万元
10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 函数 $F(x) = f(1+x) - (1+x)$ 为偶函数, 函数 $G(x) = f(2+3x) - 1$ 为奇函数, 则下列说法正确的是 ()
- A. 函数 $f(x)$ 的图象的一个对称中心为 $(2, 1)$
B. $f(0) = -1$
C. 函数 $f(x)$ 为周期函数, 且一个周期为 4
D. $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 5$
11. 某区域仅有东西向或南北向道路, 某人从区域中心出发后又回到原点, 且路途中不经过重复区域, 已知此人左转 100 次, 则其右转次数可以是 ()
- A. 98 B. 96 C. 102 D. 104

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

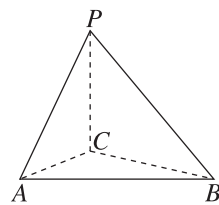
12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\sqrt{10}$, 直线 $y=3$ 与 C 交于 A, B 两点且 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 则 C 的方程为_____.
13. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2\sqrt{3}b \sin C$, 若 $A = \frac{\pi}{6}$, 则 $\frac{b^2 + c^2}{bc} =$ _____.
14. 一条直线与函数 $f(x) = \ln x$ 和 $g(x) = e^x$ 的图象分别相切于点 $P(x_1, y_1)$ 和点 $Q(x_2, y_2)$, 则 $(x_1 - 1)(x_2 + 1)$ 的值为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且满足 $a_{2n} = 2a_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.
- (1) 若 $a_1 = 1$, 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
- (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$, 且数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = (3n - 4) \cdot 2^{n+1} + 8$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.



16. (15分) 如图所示,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $CP=CA=CB$, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , 平面 $PBC \perp$ 平面 ABC .
- (1) 证明: $PC \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 若 $\angle ACB$ 为钝角, 且二面角 $B-PA-C$ 的大小为 45° , 求 $\cos \angle ACB$.



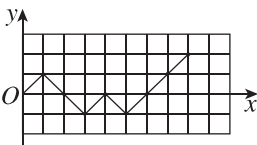
17. (15分) 已知函数 $f(x) = \sin x$.

- (1) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq ax$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 求证: $f(\beta) - f(\alpha) < (\beta - \alpha) \cos \alpha$.

18. (17分) 已知 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, O 为坐标原点, 过焦点 F 作一条直线 l_0 交 C 于 A, B 两点, 点 M 在 C 的准线 l 上, 且直线 MF 的斜率为 -1 , $\triangle OFM$ 的面积为 1.
- (1) 求抛物线 C 的方程.
- (2) 试问在 l 上是否存在定点 N , 使得直线 NA 与 NB 的斜率之和等于直线 NF 斜率的平方? 若存在, 求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.
- (3) 过焦点 F 且与 x 轴垂直的直线 l_1 与抛物线 C 交于 P, Q 两点, P 在 Q 上方, 求证: 直线 AP 与 BQ 的交点在一条定直线上.

19. (17分) 某商场为吸引顾客, 设计了一个趣味小游戏, 地面上画有边长为 1 的小正方形网格, 游戏参与者从网格的某一个顶点出发, 每一步沿一个小正方形的对角线向右上方或右下方移动, 如图所示. 已知游戏参与者每步选择向右上方或者向右下方行走是等可能的, 且每步行走方向的选择是相互独立的.
- (1) 商场规定: 某顾客从 $O(0, 0)$ 出发, 沿小正方形的对角线向右上方走一步得 1 分, 向右下方走一步得 -1 分, 当他走完第四步时, 得分为 X , 求 X 的分布列.
- (2) 商场制订了一个游戏规则: 若顾客和老板都从 $O(0, 0)$ 出发, 走到点 $B_n(2n+3, 2n-1) (n \in \mathbf{N}^*)$ 的位置. 设走完第 i 步时, 顾客位于点 $E_i(x_i, y_i)$, 老板位于点 $F_i(x_i, y'_i)$, 其中 $1 \leq i \leq 2n+3$ 且 $i \in \mathbf{N}^*$. 若对任意 $1 \leq i \leq 2n+3$ 且 $i \in \mathbf{N}^*$ 都有 $y_i \geq y'_i$, 则认为顾客方获胜. 记顾客获胜的概率为 P_n .
- (i) 当 $n=3$ 时, 求顾客获胜的概率 P_3 ;
- (ii) 求 P_n , 并说明顾客和老板在游戏中哪一方获胜的概率更大.

参考公式: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.



冲刺信息卷（一） 答题卡

班 级：_____

姓 名：_____

得 分：_____

一、选择题

本题得分：_____

1. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

2. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

3. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

4. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

5. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

6. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

7. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

8. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

二、选择题

本题得分：_____

9. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

10. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

11. ☐ A ☐ B ☐ C ☐ D

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

三、填空题

本题得分：_____

12. _____

13. _____

14. _____

考生请勿在此区域作答

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

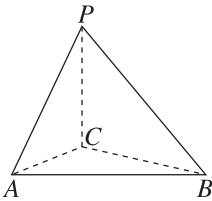
四、解答题

本题得分：_____

15. (13 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

16. (15 分)



请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

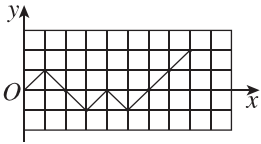
17. (15 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

18. (17 分)

请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

19. (17 分)



请在各题目的答题区作答,超出黑色矩形框限定区的答案无效

冲刺信息卷(二)

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \left\{x \in \mathbf{N} \mid -2 < x < \frac{11}{2}\right\}$, 集合 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 5\}$
C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 2, 5\}$

2. 在复平面内, 复数 z_1, z_2 对应的点关于实轴对称, $z_1 = 1 + 2i$, 则 $z_1 z_2 =$ ()

- A. -5 B. 5 C. $1 - 4i$ D. $-1 + 4i$

3. 已知 $\cos(\alpha - \beta) = \frac{2}{3}$, $\tan \alpha \tan \beta = 3$, 则 $\cos(\alpha + \beta) =$ ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $s, t, p \in \mathbf{N}^*$, $P: 2a_t = a_s + a_p$, $Q: 2t = s + p$, 则 Q 是 P 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 若正整数 a, b 满足等式 $2023^{2025} = 2024a + b$, 且 $b < 2024$, 则 $b =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 2022 D. 2023

6. 如图, 宫灯又称宫廷花灯, 是中国彩灯中富有特色的民族传统手工艺品之一. 现制作一件三层六角宫灯模型, 三层均为正六棱柱(内部全空), 其中模型上、下层的底面周长均为 $36\sqrt{3}$ cm, 高为 4 cm. 现在其内部放入一个体积为 36π cm³ 的球形灯, 且球形灯球心与各面的距离不少于 8 cm. 则该模型的侧面积至少为 ()

- A. $800\sqrt{3}$ cm² B. $544\sqrt{3}$ cm²
C. $(288\sqrt{3} + 384)$ cm² D. $(288\sqrt{3} + 768)$ cm²

7. 已知向量 $a_1, a_2, \dots, a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ 满足 $a_{i+1} - a_i = d (i = 1, 2, \dots, n-1)$, $|a_1| = 1$, $|d| = 2$, a_1 与 d 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 设 $b_n = a_1 \cdot a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{20} =$ ()

- A. 120 B. 180 C. 210 D. 420

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左顶点为 A , $F(c, 0)$ 是双曲线 C 的右焦点, 点 P 在直线 $x = 2c$ 上, 且

$\tan \angle APF$ 的最大值是 $\frac{\sqrt{6}}{6}$, 则双曲线 C 的离心率是 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. $2 + \sqrt{7}$
C. $2\sqrt{6}$ D. $4 + 2\sqrt{7}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \cos x \cdot |\sin x|$, 则 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数 B. $f(x)$ 的最小正周期为 π
C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$ D. $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增

10. 如图所示, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 A_1D_1, DD_1 的中点, 则下列结论正确的是 ()

A. $B_1C \parallel MN$

B. 点 A 到平面 C_1MN 的距离为 1

C. 过 MN 作与该正方体所有棱都相切的球的截面, 所得截面的面积的最小值为 $\frac{3}{8}\pi$

D. 若 P 为直线 CC_1 上的动点, 则 $\overrightarrow{B_1P} \cdot \overrightarrow{B_1C_1}$ 为定值

11. 从棱长为 1 个单位长度的正四面体的顶点 A 出发, 每次均随机沿一条棱行走 1 个单位长度, 设行走 n 次后恰好第一次回到 A 点的概率为 $P_n (n \in \mathbf{N}_+)$, 恰好第二次回到 A 点的概率为 $Q_n (n \in \mathbf{N}_+)$, 则 ()

A. $P_3 = \frac{2}{9}$

B. $Q_4 = \frac{1}{27}$

C. 当 $n \geq 2$ 时, $\frac{P_{n+1}}{P_n}$ 为定值

D. 数列 $\{Q_n\}$ 的最大项为 $\frac{4}{27}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知 $\log_4 a + 2\log_a 2 = 2$, 则 $a =$ _____.

13. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = \frac{4}{3}x$ 的焦点, 点 P 在 C 上, 从点 $M(3, 1)$ 处水平射入一条光线, 经过点 P 反射后, 经过点 F , 并与抛物线 C 交于点 Q , 则 $|PQ| =$ _____.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $f(1) = 1$, 且满足对任意 $x < 0$, 均有 $f\left(\frac{1}{x}\right) = xf\left(\frac{1}{1-x}\right)$, 设 $n, k \in \mathbf{N}_+$, 则

$f\left(\frac{1}{n}\right) =$ _____, $\sum_{k=1}^{1012} f\left(\frac{1}{k}\right) f\left(\frac{1}{2025-k}\right) =$ _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, 且满足 $a \sin B - \sqrt{3} b \cos A = 0$, $a = 4$.

(1) 求 A ;

(2) 若 D 是 BC 的中点, $AD = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



16. (15 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax+1}{e^x}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

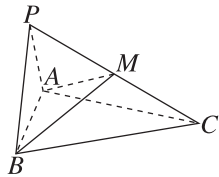
- (1) 当 $a > 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 当 $a \geq 1$ 时, 求证: $f(x) \leq (a-1)x + 1$.

17. (15 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的点到焦点距离的最小值为 $2\sqrt{3} - \sqrt{6}$, 到焦点距离的最大值为 $2\sqrt{3} + \sqrt{6}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 过点 $M(-1, 0)$ 作直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 记椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , $\triangle F_1AF_2$, $\triangle F_1BF_2$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $|S_1 - S_2|$ 的最大值.

18. (17 分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=BC=AC=PC=4$, $PA=PB=2\sqrt{2}$, M 是棱 PC (不包含端点) 上的点.

- (1) 求证: 平面 $ABP \perp$ 平面 ABC ;
 (2) 若直线 PM 与平面 ABM 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$, 求 PM 的长;
 (3) 若 $MQ \perp$ 平面 ABC , Q 为垂足, 直线 PQ 与平面 ABM 的交点为 N , 当三棱锥 $M-ABQ$ 的体积最大时, 求 PN 的长.



19. (17 分) 某汽车公司最新研发了一款新能源汽车, 并在出厂前对 100 辆汽车进行了单次最大续航里程 (指新能源汽车所装载的燃料或电池所能够提供给汽车行驶的最远里程, 单位: 千米) 的测试. 现对测试数据进行整理, 得到如图所示的频率分布直方图.

- (1) 估计这 100 辆汽车的单次最大续航里程的平均值 $\bar{x}$ (同一组中的数据用该组区间的中点值代表).
 (2) 由频率分布直方图计算得样本标准差 s 的近似值为 49.75. 根据大量的汽车测试数据, 可以认为这款汽车的单次最大续航里程 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本平均数 $\bar{x}$, σ 近似为样本标准差 s . 假设某企业从该汽车公司购买了 20 辆该款新能源汽车, 记 Z 表示这 20 辆新能源汽车中单次最大续航里程位于区间 $(250, 25, 399.5)$ 内的车辆数, 求 $E(Z)$ 的近似值.
 (3) 某汽车销售公司为推广此款新能源汽车, 现面向意向客户推出“玩游戏, 送大奖”活动, 客户可根据抛掷硬币的结果, 操控微型遥控车在 x 轴上从原点 O 出发向右运动, 已知硬币出现正、反面的概率都为 $\frac{1}{2}$, 客户每掷一次硬币, 遥控车向右移动一次, 若掷出正面, 遥控车向右移动一个单位, 若掷出反面, 遥控车向右移动两个单位, 直到遥控车移动到点 $(59, 0)$ (胜利大本营) 或点 $(60, 0)$ (失败大本营) 时, 游戏结束. 若遥控车最终停在“胜利大本营”, 则可获得购车优惠券. 设遥控车移到点 $(n, 0)$ 的概率为 $P_n (1 \leq n \leq 60)$, 试证明数列 $\{P_n - P_{n-1}\}$ 是等比数列 $(2 \leq n \leq 59)$, 求出数列 $\{P_n\} (1 \leq n \leq 60)$ 的通项公式, 并解释这种游戏方案对意向客户是否有吸引力. 参考数据: 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) \approx 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma < \xi < \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$.

